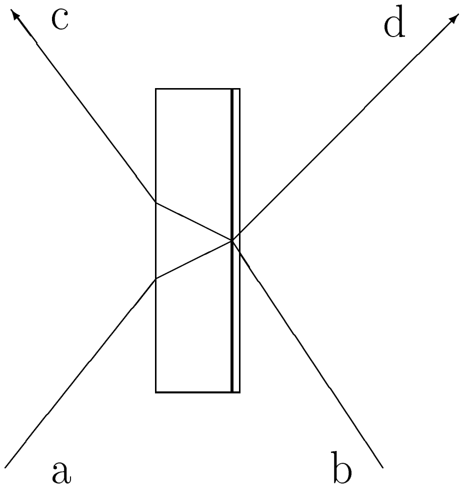
Strahlteiler (Beamsplitter)

- Ein Strahlteiler reflektiert Licht zu etwa 50% und läßt die andere Hälfte durch.
- Bei einer senkrecht aufgestellten Glasplatte, die rechtsseitig teilweise verspiegelt ist, soll a das von links unten und b das von rechts unten einfallende Photon sein. Kommt es von rechts b, wird es an der verspiegelten Fläche reflektiert d oder tritt durch das Glas nach links c aus. Ein von links kommendes Photon a durchdringt das Glas und verläßt es rechts d oder wird reflektiert um wieder links c auszutreten.



- Ein Photon, das von rechts kommend b an der Grenzfläche zum optisch dichteren Medium reflektiert wird, erleidet einen Phasensprung von π.
- Ein von links kommendes Photon a reflektiert an der rechten Seite der Glasplatte erleidet **keinen** Phasensprung.
- Kodiert man ein Qubit als $\alpha|a\rangle + \beta|b\rangle$, so wirkt der Strahlteiler als Hadamard-Transformation für externe (räumliche) Zustände.

$$
\begin{aligned}
H|a\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|c\rangle + |d\rangle) \\
H|b\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|c\rangle - |d\rangle)
\end{aligned} \tag{1}
$$

- Der Strahlteiler kann (teilweise) zur Analyse verschränkter Photonen benutzt werden. Angenommen ein von rechts und ein von links kommendes Photon sei in einem Bellschen Zustand verschränkt (nun über Poralization H und V als interner Freiheitsgrad).

$$
\begin{aligned}
|\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_1|H\rangle_2 + |V\rangle_1|V\rangle_2) \\
|\Phi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_1|H\rangle_2 - |V\rangle_1|V\rangle_2) \\
|\Psi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_1|V\rangle_2 + |V\rangle_1|H\rangle_2) \\
|\Psi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_1|V\rangle_2 - |V\rangle_1|H\rangle_2)
\end{aligned} \tag{2}
$$

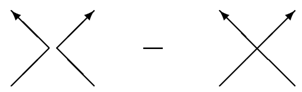
- Drei der Bellschen Zustände sind symmetrisch, einer antisymmetrisch $|\Psi^-\rangle$.
- Der externe (räumliche) Zustand hat entweder antisymmetrische oder symmmetrische Symmetrie.

$$\begin{aligned} |\Psi_A\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle_1|b\rangle_2 - |b\rangle_1|a\rangle_2) \\ |\Psi_S\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle_1|b\rangle_2 + |b\rangle_1|a\rangle_2) \end{aligned} \tag{3}$$

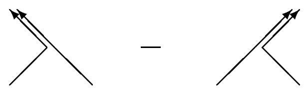
- Der Gesamtzustand des Photonenpaares ist ein Produkt von innerem und äußeren Zustand und muß symmetrisch unter Teilchenvertauschung sein, da Photonen Bosonen sind.
- Damit ergeben sich folgende mögliche Gesamtzustände:

$$|\Psi^+\rangle|\Psi_S\rangle, \quad |\Psi^-\rangle|\Psi_A\rangle, \quad |\Phi^+\rangle|\Psi_S\rangle, \quad |\Phi^-\rangle|\Psi_S\rangle \tag{4}$$

- Nur der intern antisymmetrische Zustand ist auch extern antisymmetrisch.
- Der Strahlteiler wirkt damit auf die externen Zustand wie folgt:



$$\begin{aligned} H|\Psi_A\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(|c\rangle_1|d\rangle_2 - |d\rangle_1|c\rangle_2) = -|\Psi_A\rangle \\ H|\Psi_S\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|c\rangle_1|c\rangle_2 - |d\rangle_1|d\rangle_2) \end{aligned} \tag{5}$$



- Der antisymmetrische Fall ist ein Eigenzustand der Hadamard-Transformation. Nur in diesem Fall verlassen die Photonen den Strahlteiler zu beiden Seiten. Wenn Photon 1 bei c detektiert wird, muss sich Photon 2 bei d befinden und umgekehrt.
- Im symmetrischen Fall verlassen die Photonen den Strahlteiler gemeinsam bei c oder d.
- Stellt man zwei Detektoren in die Wege c und d so lösen diese gleichzeitig aus, wenn ein Paar im inneren Zustand $|\Psi^-\rangle$ auf den Strahlteiler fällt. Sonst löst nur einer der beiden aus. Damit gelingt Quantenteleportation in 25% der Fälle, wenn ein Strahlteiler als Bell-State-Analysator verwendet wird.