Klausur: Scheduling **Sommersemester 2003**

Prüfer: Prof. Dr. F. Werner

Zugelassene Hilfsmittel:

- Vorlesungsskript (ohne gelöste Übungsaufgaben)
- Taschenrechner

Die folgenden sechs Aufgaben sind zu bearbeiten. Die Angabe des Resultats allein ist nicht ausreichend. Der Rechenweg zum Erhalt der Lösung muß ersichtlich sein!

Aufgabenstellung:

1. Gegeben sei ein $1|outtree|\sum w_iC_i$ Problem (C_i ist das Bearbeitungsende von Auftrag J_i), wobei für jeden Auftrag $J_i (1 \leq i \leq 5)$ ein Gewicht w_i und eine Bearbeitungszeit t_i wie folgt vorgegeben sind:

i	1	2	3	4	5
w_i	4	3	2	8	9
t_i	6	2	2	3	4

Die Vorrangbedingungen lauten: $J_1 \rightarrow J_2,\ J_1 \rightarrow J_3,\ J_3 \rightarrow J_4,\ J_3 \rightarrow J_5$. Bestimmen Sie eine optimale Auftragsreihenfolge p und den zugehörigen Zielfunktionswert! Kann dieselbe optimale Reihenfolge erhalten werden, wenn das Gewicht des Auftrages J_4 sich zu $w_4 = 6$ ändert und die restlichen Daten unverändert bleiben (Begründung)?
(6 Punkte)

2. Gegeben ist ein Problem $1|r_i \geq 0|\sum w_iC_i$ mit $n = 4$ Aufträgen sowie den folgenden Bereitstellungsterminen r_i, den Gewichten w_i und den Bearbeitungszeiten t_i für die Aufträge $J_i (1 \leq i \leq 4)$:

i	1	2	3	4
r_i	6	3	12	9
w_i	10	4	2	3
t_i	4	2	3	1

(a) Bestimmen Sie den Zielfunktionswert der nach nichtfallenden Bereitstellungsterminen sortierten Auftragsreihenfolge p!

(b) Ist die unter (a) ermittelte Auftragsreihenfolge p lokal optimal in der Pairwise-Interchange-Nachbarschaft (d.h. die Nachbarn werden durch Austausch zweier beliebiger Aufträge erzeugt)?

(c) Sei ein $1|r_i \geq 0, prec|\sum w_iC_i$ Problem mit den obigen Daten und den Vorrangbedingungen $J_1 \rightarrow J_3$ und $J_2 \rightarrow J_4$ gegeben. Wieviele zulässige Nachbarn besitzt die unter (a) ermittelte Reihenfolge p jetzt in der Pairwise-Interchange-Nachbarschaft?
(8 Punkte)

3. Betrachtet wird ein Einmaschinenproblem, wobei für jeden Auftrag J_i ($i = 1, \dots, 5$) ein Gewinn g_i, eine Bearbeitungszeit t_i und ein Due Date d_i wie folgt gegeben sind:

i	1	2	3	4	5
g_i	10	10,2	10,3	5	5,2
t_i	2	3	4	5	6
d_i	3	4	6	7	8

Der Gewinn g_i wird erzielt, falls für das Bearbeitungsende C_i von Auftrag J_i die Beziehung $C_i \leq d_i$ gilt. Andernfalls wird kein Gewinn für J_i erzielt. Berechnen Sie mittels vollpolynomialem Approximationsschema eine Näherungslösung mit der Genauigkeitsschranke $\varepsilon = 0,5$ für das Problem der Maximierung des Gesamtgewinns!
(7 Punkte)

4. Betrachtet wird ein $1|prec|f_{max}$ Problem mit $f_{max} = \max\{f_i(C_i)\}$ und $n = 5$ Aufträgen $J_1, \ldots, J_5$. Die Kostenfunktionen $f_i(C_i)$ der Aufträge J_i sind wie folgt gegeben: $f_1(C_1) = \frac{1}{8}(C_1)^2 - C_1 + 15$; $f_2(C_2) = 8\sqrt{C_2 + 5}$; $f_3(C_3) = 3C_3 - 5$, $f_4(C_4) = 4\max\{0, C_4 - 10\}$, $f_5(C_5) = \frac{1}{4}(C_5)^2$, wobei C_i das Bearbeitungsende von Auftrag J_i bezeichnet.

   Die Bearbeitungszeiten t_i der Aufträge J_i lauten: $t_1 = 4, t_2 = 8, t_3 = 5, t_4 = 2$ und $t_5 = 3$. Ferner bestehen die folgenden Vorrangbedingungen zwischen den Aufträgen: $J_2 \to J_3$, $J_2 \to J_4$ und $J_1 \to J_4$.

   (a) Bestimmen Sie eine optimale Lösung mit dem Algorithmus von Lawler und geben Sie den optimalen Zielfunktionswert an!

   (b) Kann dieselbe optimale Auftragsreihenfolge wie unter (a) erhalten werden, wenn Auftrag J_3 die Kostenfunktion $f_3(C_3) = 2C_3 - 5$ besitzt und die restlichen Daten unverändert bleiben (Begründung reicht aus)?
   (7 Punkte)

5. Gegeben sei ein Flow Shop Problem $F3||C_{max}$ mit $n = 5$ Aufträgen $J_1, \ldots, J_5$ und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 7 \\ 2 & 6 & 4 \\ 7 & 2 & 10 \\ 1 & 4 & 2 \\ 10 & 6 & 1 \end{pmatrix},$$

   wobei t_{ij} die Bearbeitungszeit von Auftrag J_i auf Maschine M_j bezeichnet.

   (a) Bestimmen Sie eine Näherungslösung (Auftragsreihenfolge) p mit dem Algorithmus von Campbell, Dudek und Smith! Wie lautet der Zielfunktionswert der erhaltenen Lösung?

   (b) Wie läßt sich nur durch Betrachtung der Bearbeitungszeiten der Operationen auf Maschine M_1 und deren Tails der optimale Zielfunktionswert abschätzen?

   (c) Wie ändert sich der C_{max}-Wert der unter (a) erhaltenen Auftragsreihenfolge p, wenn Wartezeiten zwischen der Bearbeitung zweier Operationen eines Auftrages verboten sind?
   (10 Punkte)

6. Gegeben sei das Job Shop Problem $J||C_{max}$ mit $n = 3$ Aufträgen, $m = 3$ Maschinen, der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 13 & 11 & 6 \\ 16 & 7 & 8 \\ 18 & 12 & 10 \end{pmatrix}$$

   (t_{ij} - Bearbeitungszeit von Auftrag J_i auf Maschine M_j) sowie den technologischen Reihenfolgen $q^1 = (3, 1, 2)$, $q^2 = (1, 2, 3)$ und $q^3 = (2, 1, 3)$ für die Aufträge J_1, J_2 und J_3.

Es liege ein Teilplan beschrieben durch die Rangmatrix

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

vor.

(a) Ermitteln Sie die Rangmatrizen der Teilpläne, die sich durch Einfügung der nächsten Operation gemäß nichtwachsender Bearbeitungszeiten ergeben! Welcher Teilplan wird für die weiteren Einfügeschritte ausgewählt, wenn der längste Weg, der die eingefügte Operation enthält, minimal sein soll?

(b) Angenommen, der durch A beschriebene Teilplan wird zu einer vollständigen Lösung beschrieben durch die Rangmatrix

$$A^* = (a^*_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

erweitert. Geben Sie das zu diesem Plan gehörige maschinenorientierte Ganttdiagramm sowie den C_{max}-Wert an!

(12 Punkte)