Klausur: Scheduling **Sommersemester 2004**

Prüfer: Prof. Dr. F. Werner

Zugelassene Hilfsmittel:

- Vorlesungsskript (ohne gelöste Übungsaufgaben)
- Taschenrechner
- Wörterbuch (für ausländische Studierende)

Die folgenden sechs Aufgaben sind zu bearbeiten. Die Angabe des Resultats allein ist nicht ausreichend. Der Rechenweg zum Erhalt der Lösung muß ersichtlich sein.

Aufgabenstellung:

1. Betrachtet wird das Einmaschinenproblem $1|C_i \leq d_i|\sum w_iC_i$ mit $n = 6$ Aufträgen $J_1, \dots, J_6$, wobei für jeden Auftrag J_i $(1 \leq i \leq 6)$ ein Gewicht w_i, eine Bearbeitungszeit t_i und ein einzuhaltender Deadline d_i wie folgt gegeben sind:

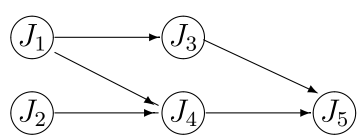
i	1	2	3	4	5	6
w_i	1	3	2	6	3	1
t_i	3	7	4	5	4	6
d_i	10	15	14	24	30	30

(a) Bestimmen Sie eine Näherungslösung mittels Smith-Heuristik. Wie lautet der Zielfunktionswert der erhaltenen Lösung?
(b) Begründen Sie, warum im Fall der Änderung von d_4 zu $d_4 = 18$ keine zulässigen Lösungen für das Problem existieren?
(7 Punkte)

2. Gegeben ist ein Problem $1|prec|\sum w_iT_i$ mit $n = 6$ Aufträgen $J_1, \dots, J_6$ und den folgenden Gewichten w_i, Bearbeitungszeiten t_i und Fälligkeitsterminen (Due Dates) d_i für die Aufträge J_i $(1 \leq i \leq 6)$:

i	1	2	3	4	5	6
w_i	4	2	3	1	5	5
t_i	7	5	10	3	6	8
d_i	10	11	18	21	32	24

Die Vorrangbedingungen zwischen den Aufträgen sind wie folgt:

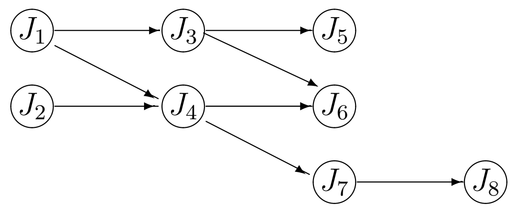


(a) Bestimmen Sie die Anzahl der zulässigen Nachbarn der Auftragsreihenfolge $p = (J_2, J_1, J_4, J_3, J_5, J_6)$ in der API (Adjacent-Pairwise-Interchange)-, Pairwise-Interchange- sowie Left-Shift-Nachbarschaft.

(b) Ermitteln Sie den besten (zulässigen) Nachbarn von Reihenfolge p in der API-Nachbarschaft. Ist p bereits lokal optimal in der API-Nachbarschaft?

(9 Punkte)

3. Gegeben sei ein $P2|prec|C_{max}$ Problem mit 8 Aufträgen $J_1, \dots, J_8$ und den Bearbeitungszeiten $t_1 = 10, t_2 = 5, t_3 = 15, t_4 = 8, t_5 = 3, t_6 = 10, t_7 = 4, t_8 = 7$. Die Vorrangbedingungen zwischen den Aufträgen sind wie folgt:



Erstellen Sie die Auftragsliste bei Anwendung der CP-Regel (d.h. sortiere Aufträge nach längstem Weg zu einer Senke mit den Bearbeitungszeiten als Knotenbewertungen) und geben Sie das maschinenorientierte Ganttdiagramm für den mittels CP List Scheduling Algorithmus konstruierten Plan an.

(6 Punkte)

4. Gegeben sei ein Flow Shop Problem $F3||C_{max}$ mit $n = 6$ Aufträgen $J_1, \dots, J_6$ und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 7 & 5 & 3 \\ 2 & 10 & 5 \\ 9 & 7 & 12 \\ 10 & 6 & 9 \\ 6 & 14 & 4 \end{pmatrix},$$

wobei t_{ij} die Bearbeitungszeit von Auftrag J_i auf Maschine M_j bezeichnet. Bestimmen Sie mit Hilfe der Zweimaschinen-Schranken LB_1 und LB_2 eine untere Schranke LB für den Zielfunktionswert aller Auftragsreihenfolgen p, die mit J_1 beginnen und mit J_6, J_5 enden, d.h. $p = (J_1, \dots, J_6, J_5)$.

(7 Punkte)

5. Gegeben sei ein Job Shop Problem mit $n = 3$ Aufträgen J_1, J_2, J_3, $m = 3$ Maschinen M_1, M_2, M_3, den technologischen Reihenfolgen

$$J_1 : M_2 \to M_3 \to M_1, \quad J_2 : M_1 \to M_2 \to M_3, \quad J_3 : M_1 \to M_3 \to M_2$$

und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 7 \\ 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

(t_{ij}: Bearbeitungszeit von J_i auf M_j). Ferner seien die Due Dates $d_1 = 13, d_2 = 16$ und $d_3 = 18$ für J_1, J_2, J_3 gegeben. Betrachtet wird ein Plan P mit den gewählten Auftragsreihenfolgen $p^1 = (J_2, J_3, J_1)$ auf M_1, $p^2 = (J_1, J_2, J_3)$ auf M_2 und $p^3 = (J_1, J_3, J_2)$ auf M_3.

(a) Erstellen Sie das maschinenorientierte Ganttdiagramm des Planes P und geben Sie die Zielfunktionswerte L_{max} und $\sum T_i$ für den Plan P an?

(b) Es wird die Reihenfolge der Aufträge J_3 und J_2 auf Maschine M_3 vertauscht, d.h. $p^3 = (J_1, J_2, J_3)$, während die anderen organisatorischen Reihenfolgen unverändert bleiben. Welche der Zielfunktionswerte $L_{max}, \sum T_i$ verbessern sich nach dem Austausch?

(c) Geben Sie organisatorische Reihenfolgen p^2 auf M_2 und p^3 auf M_3 so an, dass unter Beibehaltung von p^1 ein unzulässiger Plan resultiert.

(8 Punkte)

6. Bestimmen Sie den optimalen Zielfunktionswert für das $J|n = 2|C_{max}$ Problem mit zwei Aufträgen J_1, J_2 und den technologischen Reihenfolgen

$$\begin{array}{lccccccccc} J_1: & M_1 & \rightarrow & M_3 & \rightarrow & M_2 & \rightarrow & M_5 & \rightarrow & M_4 \\ J_2: & M_1 & \rightarrow & M_2 & \rightarrow & M_3 & \rightarrow & M_5 & \rightarrow & M_4 \end{array}$$

sowie der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 5 & 4 & 4 \end{pmatrix},$$

wobei t_{ij} die Bearbeitungszeit von Auftrag J_i auf Maschine M_j bezeichnet. Wie viele optimale Lösungen existieren? Stellen Sie **eine** zugehörige optimale Lösung mittels auftragsorientiertem Ganttdiagramm dar. Ist eine der optimalen Lösungen auch bezüglich $\sum w_i C_i$ optimal, falls die Gewichte $w_1 = 3$ und $w_2 = 1$ für J_1 und J_2 gegeben sind. (Begründung!)?

(13 Punkte)