Klausur: Scheduling **Sommersemester 2005**

Prüfer: Prof. Dr. F. Werner

Zugelassene Hilfsmittel:

- (handschriftliches oder gedrucktes) Vorlesungsskript (ohne gelöste Übungsaufgaben)
- Taschenrechner
- Wörterbuch (für ausländische Studierende)

Die folgenden sechs Aufgaben sind zu bearbeiten. Die Angabe des Resultats allein ist nicht ausreichend. Der Rechenweg zum Erhalt der Lösung muß ersichtlich sein.

Aufgabenstellung:

1. Betrachtet wird das Einmaschinenproblem $1||\sum w_i U_i$ mit $n = 5$ Aufträgen $J_1, \ldots, J_5$, wobei für jeden Auftrag J_i $(1 \leq i \leq 5)$ ein Gewicht w_i, eine Bearbeitungszeit t_i und ein Due Date d_i wie folgt gegeben sind:

i	1	2	3	4	5
w_i	6	1	3	2	4
t_i	4	2	5	3	6
d_i	6	7	9	10	12

Bestimmen Sie eine optimale Lösung mittels dynamischer Optimierung. Wie lautet der optimale Zielfunktionswert? Ändert sich der optimale Zielfunktionswert, falls $d_5 = 11$ für Auftrag J_5 gilt und alle anderen Werte unverändert bleiben?

(6 Punkte)

2. Gegeben ist ein Problem $1|r_i \geq 0|\sum w_i T_i$ mit $n = 4$ Aufträgen $J_1, \ldots, J_4$ und der Bereitstellungszeit r_i, dem Gewicht w_i, der Bearbeitungszeit t_i und dem Due Date d_i für Auftrag J_i $(1 \leq i \leq 4)$:

i	1	2	3	4
r_i	4	8	0	6
w_i	2	5	1	6
t_i	8	2	6	4
d_i	8	11	14	17

(a) Gehört das zugehörige Entscheidungsproblem zur Klasse P oder NP-complete (Begründung)?

(b) Ermitteln Sie die Zielfunktionswerte der nach nichtfallenden Bereitstellungszeiten sowie nach nichtfallenden Due Dates (EDD-Reihenfolge) sortierten Auftragsreihenfolgen.

(c) Ermitteln Sie den besten Nachbarn der EDD-Reihenfolge p in der API-Nachbarschaft. Ist die Reihenfolge p bereits lokal optimal in der API-Nachbarschaft?

(8 Punkte)

3. Betrachtet wird ein $1|prec|f_{max}$ Problem mit $f_{max} = \max\{f_i(C_i)\}$ und $n = 4$ Aufträgen $J_1, \ldots, J_4$. Die Kostenfunktionen $f_i(C_i)$ der Aufträge J_i sind wie folgt gegeben:

$$f_1(C_1) = \frac{1}{10} \cdot C_1^2; \quad f_2(C_2) = \frac{1}{3} \cdot C_2 + 17;$$

$$f_3(C_3) = \max\{0, 3C_3 - 8\}; \quad f_4(C_4) = 2 \cdot \max\{0, C_4 - 4\},$$

wobei C_i das Bearbeitungsende von Auftrag J_i bezeichnet.

Die Bearbeitungszeiten t_i der Aufträge J_i lauten:

$$t_1 = 6, \quad t_2 = 8, \quad t_3 = 4 \quad \text{und} \quad t_4 = 2.$$

Ferner bestehen die folgenden Vorrangbedingungen zwischen den Aufträgen: $J_2 \to J_4$ und $J_3 \to J_4$.

Bestimmen Sie eine optimale Lösung mit dem Algorithmus von Lawler und geben Sie den optimalen Zielfunktionswert an.

(5 Punkte)

4. Gegeben sei ein Flow Shop Problem $F3||C_{max}$ mit $n = 5$ Aufträgen $J_1, \ldots, J_5$ und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \\ 7 & 2 & 9 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix},$$

wobei t_{ij} die Bearbeitungszeit von Auftrag J_i auf Maschine M_j bezeichnet.

(a) Bestimmen Sie eine Näherungslösung (Auftragsreihenfolge) p mit dem Algorithmus von Campbell, Dudek und Smith. Wie lautet der Zielfunktionswert der erhaltenen Lösung?

(b) Stellen Sie die unter (a) ermittelte Lösung p mittels maschinenorientiertem Ganttdiagramm dar. Welche Operationen gehören zum kritischen Weg im zu p gehörigen Graphen? Welche Nachbarn von p in der API-Nachbarschaft erfüllen die notwendige Bedingung für eine Zielfunktionswertverbesserung (d.h. es existiert kein Weg im Graphen mit den gleichen Knoten wie der ursprüngliche kritische Weg − die Zielfunktionswertberechnung dieser Nachbarn ist **nicht** erforderlich)?

(9 Punkte)

5. Gegeben sei das Job-Shop Problem $J||C_{max}$ mit $n = 3$ Aufträgen, $m = 3$ Maschinen, der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 4 & 12 & 8 \\ 16 & 10 & 15 \\ 11 & 13 & 14 \end{pmatrix}$$

(t_{ij} - Bearbeitungszeit von Auftrag J_i auf Maschine M_j) sowie den technologischen Reihenfolgen $q^1 = (1,2,3)$, $q^2 = (2,1,3)$ und $q^3 = (3,2,1)$ für die Aufträge J_1, J_2 und J_3. Es liege ein Teilplan beschrieben durch die Rangmatrix

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ 2 & 1 & 3 \\ \cdot & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

vor.

(a) Gilt für die Einmaschinenschranke LB_2^1 bzgl. Maschine M_2 (d.h. minimaler Head plus minimaler Tail plus Summe der Bearbeitungszeiten der Operationen auf M_2) und Teilplan A

$$LB_2^1 = 43$$

(Begründung)?

(b) Ermitteln Sie die Rangmatrizen der Teilpläne, die sich durch Einfügung der nächsten Operation in A gemäß nichtwachsender Bearbeitungszeiten ergeben.

(c) Welcher Teilplan wird für die weiteren Einfügeschritte ausgewählt, wenn der längste Weg, der die eingefügte Operation enthält, minimal sein soll?

(11 Punkte)

6. Bestimmen Sie den optimalen Zielfunktionswert für das $J|n = 2|C_{max}$ Problem mit zwei Aufträgen J_1, J_2 und den technologischen Reihenfolgen

$$\begin{array}{llllllllll} J_1: & M_1 & \rightarrow & M_3 & \rightarrow & M_2 & \rightarrow & M_5 & \rightarrow & M_4 \\ J_2: & M_1 & \rightarrow & M_2 & \rightarrow & M_3 & \rightarrow & M_4 & \rightarrow & M_5 \end{array}$$

sowie der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 5 & 5 \\ 2 & 2 & 5 & 3 & 5 \end{pmatrix},$$

wobei t_{ij} die Bearbeitungszeit von Auftrag J_i auf Maschine M_j bezeichnet. Stellen Sie die zugehörige optimale Lösung mittels auftragsorientiertem Ganttdiagramm dar. Ist die erhaltene Lösung auch bezüglich $\sum T_i$ optimal, falls die Due Dates $d_1 = 16$ und $d_2 = 13$ für J_1 und J_2 gegeben sind (Begründung)?

(11 Punkte)