

**Zugelassene Hilfsmittel:**

- (handschriftliches oder gedrucktes) Vorlesungsskript (ohne gelöste Übungsaufgaben)
- Taschenrechner

Die folgenden sechs Aufgaben sind zu bearbeiten. Die Angabe des Resultats allein ist nicht ausreichend. Der Rechenweg zum Erhalt der Lösung muß ersichtlich sein.

**Aufgabenstellung:**

1. Betrachtet wird ein Einmaschinenproblem, wobei für jeden Auftrag  $J_i$  ( $i = 1, \dots, 5$ ) ein Gewinn  $g_i$ , eine Bearbeitungszeit  $t_i$  und ein Due Date  $d_i$  wie folgt gegeben sind:

$i$	1	2	3	4	5
$g_i$	5,0	4,8	5,2	6,0	8,0
$t_i$	4	3	4	2	6
$d_i$	5	5	6	8	10

Der Gewinn  $g_i$  wird erzielt, falls für das Bearbeitungsende vom Auftrag  $J_i$  die Beziehung  $C_i \leq d_i$  gilt. Andernfalls wird kein Gewinn für  $J_i$  erzielt.

(a) Berechnen Sie mittels vollpolynomialem Approximationsschema eine Näherungslösung mit der Genauigkeitsschranke  $\varepsilon = 0,5$ .

(b) Welche Tupel lassen sich in der im letzten Schritt erstellten Menge  $R^{(5)}$  durch Anwendung des Dominanzkriteriums ausschließen?

**(8 Punkte)**

2. Gegeben ist ein Problem  $1|prec, r_i \geq 0|\sum T_i$  mit  $n = 5$  Aufträgen  $J_1, \dots, J_5$  und der Bereitstellungszeit  $r_i$ , der Bearbeitungszeit  $t_i$  und dem Due Date  $d_i$  für Auftrag  $J_i$  ( $1 \leq i \leq 5$ ):

$i$	1	2	3	4	5
$r_i$	6	10	3	20	15
$t_i$	4	6	7	5	8
$d_i$	16	18	22	26	28

Ferner bestehen die Vorrangbedingungen  $J_1 \rightarrow J_2$  und  $J_3 \rightarrow J_2$ .

(a) Gehört das zugehörige Entscheidungsproblem zur Klasse  $P$  oder  $NP$ -complete (Begründung)?

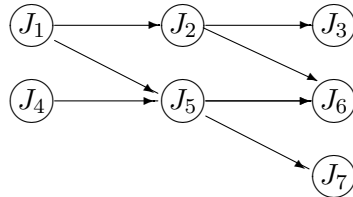
(b) Ermitteln Sie den Zielfunktionswert der nach nichtfallenden Bereitstellungszeiten (ERD-Reihenfolge) sortierten Auftragsreihenfolge  $p$ .

(c) Ermitteln Sie den besten Nachbarn der ERD-Reihenfolge  $p$  in der API-Nachbarschaft.

(d) Wie viele zulässige Nachbarn von  $p$  existieren in der Shift Nachbarschaft?

**(7 Punkte)**

3. Gegeben sei ein  $P3|prec|C_{max}$  Problem mit 8 Aufträgen  $J_1, \dots, J_8$  und den Bearbeitungszeiten  $t_1 = 8, t_2 = 12, t_3 = 7, t_4 = 5, t_5 = 14, t_6 = 20, t_7 = 8, t_8 = 25$ . Es existieren folgende Vorrangbedingungen zwischen den Aufträgen:



Erstellen Sie die Auftragsliste bei Anwendung der CP-Regel (d.h. sortiere Aufträge nach längstem Weg zu einer Senke mit den Bearbeitungszeiten als Knotenbewertungen) und geben Sie das maschinenorientierte Gantt-diagramm für den mittels CP List Scheduling Algorithmus konstruierten Plan an.

**(6 Punkte)**

4. Gegeben sei ein Flow Shop Problem  $F3||C_{max}$  mit  $n = 5$  Aufträgen  $J_1, \dots, J_5$  und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 9 \\ 7 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 3 \\ 2 & 10 & 8 \\ 6 & 3 & 5 \end{pmatrix},$$

wobei  $t_{ij}$  die Bearbeitungszeit von Auftrag  $J_i$  auf Maschine  $M_j$  bezeichnet.

(a) Bestimmen Sie eine Näherungslösung (Auftragsreihenfolge)  $p$  mit dem Algorithmus von Dannenbring. Wie lautet der Zielfunktionswert der erhaltenen Lösung?

(b) Bestimmen Sie die untere Schranke  $LB_2$  bzgl. der Maschinen  $M_2$  and  $M_3$  für den Zielfunktionswert aller Auftragsreihenfolgen  $p$ , die mit  $J_3, J_2$  beginnen, d.h.  $p = (J_3, J_2, \dots)$ . Kann durch Vervollständigung dieser Teillösung eine optimale Lösung entstehen?

**(10 Punkte)**

5. Gegeben sei ein Job Shop Problem mit  $n = 3$  Aufträgen  $J_1, J_2, J_3$ ,  $m = 3$  Maschinen  $M_1, M_2, M_3$ , den technologischen Reihenfolgen

$$J_1 : M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_3, \quad J_2 : M_3 \rightarrow M_1 \rightarrow M_2, \quad J_3 : M_2 \rightarrow M_1 \rightarrow M_3$$

und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 6 \\ 3 & 7 & 6 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

( $t_{ij}$ : Bearbeitungszeit von  $J_i$  auf  $M_j$ ). Ferner seien die Due Dates  $d_1 = 21$ ,  $d_2 = 18$  und  $d_3 = 16$  für  $J_1, J_2, J_3$  gegeben. Betrachtet wird ein Plan  $P$  mit den gewählten Auftragsreihenfolgen  $p^1 = (J_1, J_2, J_3)$  auf  $M_1$ ,  $p^2 = (J_3, J_1, J_2)$  auf  $M_2$  und  $p^3 = (J_2, J_1, J_3)$  auf  $M_3$ .

(a) Erstellen Sie das maschinenorientierte Gantt-Diagramm für den Plan  $P$  und geben Sie den Zielfunktionswert  $L_{max}$  an? Wie lautet die Rangmatrix für diesen Plan?

(b) Es wird die Reihenfolge der Aufträge  $J_1$  und  $J_3$  auf Maschine  $M_3$  vertauscht, d.h.  $p^3 = (J_2, J_3, J_1)$ , während die anderen organisatorischen Reihenfolgen unverändert bleiben. Verbessert sich der Zielfunktionswert  $L_{max}$  nach dem Austausch?

**(8 Punkte)**

6. Bestimmen Sie den optimalen Zielfunktionswert für das  $J|n = 2|C_{max}$  Problem mit zwei Aufträgen  $J_1, J_2$  und den technologischen Reihenfolgen

$$\begin{array}{l} J_1 : M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_3 \rightarrow M_4 \\ J_2 : M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_4 \rightarrow M_3 \end{array}$$

sowie der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 & 6 \\ 4 & 2 & 9 & 3 \end{pmatrix},$$

wobei  $t_{ij}$  die Bearbeitungszeit von Auftrag  $J_i$  auf Maschine  $M_j$  bezeichnet. Stellen Sie die zugehörige optimale Lösung mittels auftragsorientiertem Gantt-Diagramm dar. Ist die erhaltene Lösung auch bezüglich  $\sum w_i C_i$  optimal, falls die Gewichte  $w_1 = 4$  und  $w_2 = 1$  für  $J_1$  und  $J_2$  gegeben sind (Begründung)?

**(11 Punkte)**