

**Zugelassene Hilfsmittel:**

- Zwei A4-Blätter (mit beliebigem Material)
- Taschenrechner

Die folgenden vier Aufgaben sind zu bearbeiten. Die Angabe des Resultats allein ist nicht ausreichend. Der Rechenweg zum Erhalt der Lösung muss ersichtlich sein.

**Aufgabenstellung:**

1. Betrachtet wird ein Einmaschinenproblem, wobei für jeden Auftrag  $J_i$  ( $i = 1, \dots, 5$ ) ein Gewinn  $g_i$ , eine Bearbeitungszeit  $t_i$  und ein Due Date  $d_i$  wie folgt gegeben sind:

$i$	1	2	3	4	5
$g_i$	1	49	50	52	10
$t_i$	2	4	5	6	5
$d_i$	3	5	6	8	9

Der Gewinn  $g_i$  wird erzielt, falls für das Bearbeitungsende vom Auftrag  $J_i$  die Beziehung  $C_i \leq d_i$  gilt. Andernfalls wird kein Gewinn für  $J_i$  erzielt.

(a) Berechnen Sie mittels vollpolynomialem Approximationsschema eine Näherungslösung mit der Genauigkeitsschranke  $\varepsilon = 0,4$ .

(b) Welche Tupel lassen sich in der im letzten Schritt erstellten Menge  $R^{(5)}$  durch Anwendung des Dominanzkriteriums ausschließen?

**(12 Punkte)**

2. Gegeben ist ein Problem  $1|prec, r_i \geq 0|\sum w_i T_i$  mit  $n = 5$  Aufträgen  $J_1, \dots, J_5$  und der Bereitstellungszeit  $r_i$ , dem Gewicht  $w_i$ , der Bearbeitungszeit  $t_i$  und dem Due Date  $d_i$  für Auftrag  $J_i$  ( $1 \leq i \leq 5$ ):

$i$	1	2	3	4	5
$r_i$	1	3	16	7	11
$w_i$	1	3	5	4	6
$t_i$	4	5	7	2	3
$d_i$	10	12	20	17	18

Ferner bestehen die Vorrangbedingungen  $J_1 \rightarrow J_2$ ,  $J_1 \rightarrow J_4$  und  $J_2 \rightarrow J_3$ .

(a) Ermitteln Sie den Zielfunktionswert der nach nichtfallenden Bereitstellungszeiten (ERD-Reihenfolge) sortierten Auftragsreihenfolge  $p$ .

(b) Ermitteln Sie den besten Nachbarn der ERD-Reihenfolge  $p$  in der API-Nachbarschaft.

(c) Wie viele zulässige Nachbarn von  $p$  existieren in der Pairwise Interchange Nachbarschaft?

**(12 Punkte)**

3. Gegeben sei ein Flow Shop Problem  $F3||C_{max}$  mit  $n = 6$  Aufträgen  $J_1, \dots, J_6$  und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 7 & 11 & 12 \\ 8 & 4 & 9 \\ 10 & 7 & 5 \\ 5 & 9 & 3 \\ 6 & 5 & 8 \\ 9 & 6 & 7 \end{pmatrix},$$

wobei  $t_{ij}$  die Bearbeitungszeit von Auftrag  $J_i$  auf Maschine  $M_j$  bezeichnet. Bestimmen Sie die untere Schranke  $LB = \max\{LB_i \mid i = 1, 2\}$  für den Zielfunktionswert aller Auftragsreihenfolgen  $p$ , die mit  $J_3$  beginnen und mit  $J_4, J_2$  enden, d.h.  $p = (J_3, \dots, J_4, J_2)$ .

**(11 Punkte)**

4. Gegeben sei ein Job Shop Problem mit  $n = 3$  Aufträgen  $J_1, J_2, J_3$ ,  $m = 3$  Maschinen  $M_1, M_2, M_3$  und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 4 \\ 5 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

( $t_{ij}$  Bearbeitungszeit von  $J_i$  auf  $M_j$ ). Ferner seien die Gewichte der Aufträge  $w_1 = 3, w_2 = 1$  und  $w_3 = 7$  für  $J_1, J_2, J_3$  gegeben. Betrachtet wird ein zulässiger Plan beschrieben durch die Rangmatrix

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix},$$

wobei  $a_{ij}$  den Rang der Operation  $(i, j)$  bezeichnet.

(a) Erstellen Sie das maschinenorientierte Gantt-Diagramm für den durch  $A$  beschriebenen Plan und geben Sie den Zielfunktionswert für  $F_1 = \sum w_i C_i$  an.

(b) Es wird die Reihenfolge der Aufträge  $J_1$  und  $J_3$  auf Maschine  $M_1$  vertauscht, d.h.  $p^1 = (J_2, J_3, J_1)$ , während die anderen organisatorischen Reihenfolgen unverändert bleiben. Verbessert sich der Zielfunktionswert  $F_1 = \sum w_i C_i$  nach dem Austausch?

(c) Ermitteln Sie die untere Schranke  $LB_1^1(D_S)$  für die Zielfunktion  $F_2 = C_{max}$  und  $D_S = \emptyset$  bzgl.  $M_1$ , d.h. es wird die Wurzel des Verzweigungsbaumes betrachtet und nur die technologischen Reihenfolgen sind gemäß  $A$  fixiert.

**(15 Punkte)**