

Zugelassene Hilfsmittel:

- Zwei A4-Blätter (mit beliebigem Vorlesungsmaterial)
- ausgedruckte Datei 'Komplexitaet.pdf' (4 Seiten)
- Taschenrechner

Die folgenden vier Aufgaben sind zu bearbeiten. Die Angabe des Resultats allein ist nicht ausreichend. Der Rechenweg zum Erhalt der Lösung muss ersichtlich sein.

Aufgabenstellung:

1. Gegeben sei ein Problem $1|prec|f_{max}$ mit $n = 4$ Aufträgen J_1, \dots, J_4 und den folgenden Bearbeitungszeiten t_i und Kostenfunktionen $f_i(C_i)$, $i = 1, \dots, 4$:

i	1	2	3	4
t_i	4	6	8	2
$f_i(C_i)$	$3C_1 - 10$	$2C_2 + 4$	$\max\{0, C_3 - 6\}$	$1,5C_4 + 2$

Die Vorrangbedingungen sind: $J_1 \rightarrow J_3, J_2 \rightarrow J_3, J_2 \rightarrow J_4$.

- (a) Bestimmen Sie eine optimale Auftragsreihenfolge und den optimalen Zielfunktionswert?
- (b) Ändern sich die optimale Reihenfolge und/oder der optimale Zielfunktionswert, wenn die Kostenfunktion für Auftrag J_1 sich auf $f_1(C_1) = 4C_1 - 18$ ändert und alle restlichen Daten unverändert sind.
- (c) Wären die Voraussetzungen für die Anwendung des Algorithmus auch erfüllt, falls $f_1(C_1) = 3|C_1 - 20|$?

(10 Punkte)

2. Gegeben ist ein Problem $1|outtree, r_i \geq 0|\sum w_i C_i$ mit $n = 5$ Aufträgen J_1, \dots, J_5 und der Bereitstellungszeit r_i , dem Gewicht w_i und der Bearbeitungszeit t_i für Auftrag J_i ($1 \leq i \leq 5$):

i	1	2	3	4	5
r_i	0	3	9	10	7
w_i	3	4	2	8	1
t_i	4	2	6	3	5

Ferner bestehen die Vorrangbedingungen $J_1 \rightarrow J_2, J_2 \rightarrow J_3$ und $J_2 \rightarrow J_4$.

- (a) Gehört das zugehörige Entscheidungsproblem zur Klasse P oder NP -complete (Begründung)?
- (b) Ermitteln Sie eine Auftragsreihenfolge p gemäß folgender Regel: Immer wenn die Maschine frei ist und Aufträge verfügbar sind, plane unter diesen den mit größtem Quotienten w_i/t_i ein. Bestimmen Sie den Zielfunktionswert von p .
- (c) Ermitteln Sie den besten Nachbarn der in (b) ermittelten Reihenfolge

p in der API-Nachbarschaft.

(d) Wie viele zulässige Nachbarn der Reihenfolge $p^* = (1, 5, 2, 4, 3)$ existieren in der Right Shift Nachbarschaft?

(12 Punkte)

3. Gegeben sei ein Flow Shop Problem $F3||C_{max}$ mit $n = 5$ Aufträgen J_1, \dots, J_5 und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 2 & 10 & 4 \\ 6 & 3 & 1 \\ 7 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 7 \end{pmatrix},$$

wobei t_{ij} die Bearbeitungszeit von Auftrag J_i auf Maschine M_j bezeichnet.

(a) Bestimmen Sie die untere Schranke LB_2 (d.h. bzgl. M_2 and M_3) für den Zielfunktionswert aller Auftragsreihenfolgen, die mit J_2, J_4 beginnen, d.h. $p^* = (2, 4, \dots)$ auf allen Maschinen.

(b) Erweitern Sie die Teilpermutation p^* durch Anfügen der mit dem Algorithmus von Dannenbring erhaltenen Reihenfolge bzgl. der nicht fixierten Aufträge zu einer vollständigen Reihenfolge p und ermitteln Sie deren Zielfunktionswert.

(c) Zeichnen Sie das maschinenorientierte Gantt diagramm der in (b) ermittelten Reihenfolge p bei Wartezeitverbot zwischen den Operationen der Aufträge (d.h. Problem $F3 | no - wait | C_{max}$ wird betrachtet).

(13 Punkte)

4. (a) Bestimmen Sie für das $J|n = 2|C_{max}$ Problem mit der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

(t_{ij} Bearbeitungszeit von J_i auf M_j) und den technologischen Reihenfolgen

$$J_1 : M_1 \rightarrow M_3 \rightarrow M_2$$

$$J_2 : M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_3$$

mit dem Algorithmus von Akers und Friedman den optimalen Zielfunktionswert und zeichnen Sie das auftragsorientierte Gantt diagramm für den optimalen Plan.

(b) Ist der in (a) bestimmte Plan optimal für die Zielfunktion $\sum w_i C_i$, falls die Gewichte $w_1 = 1$ und $w_2 = 3$ gegeben sind.

(c) Ist der unter (a) bestimmte Plan optimal für die Zielfunktion $\sum w_i T_i$, falls neben den in (b) eingeführten Gewichten auch die Due Dates $d_1 = 15$ und $d_2 = 22$ gegeben sind.

(15 Punkte)