Klausur: 1471 Scheduling **Sommersemester 2012**

Prüfer: Prof. Dr. F. Werner

Zugelassene Hilfsmittel:

- Zwei A4-Blätter (mit beliebigem Vorlesungsmaterial)
- ausgedruckte Datei 'Komplexitaet.pdf' (4 Seiten)
- Taschenrechner

Die folgenden vier Aufgaben sind zu bearbeiten. Die Angabe des Resultats allein ist nicht ausreichend. Der Rechenweg zum Erhalt der Lösung muss ersichtlich sein.

Aufgabenstellung:

1. Betrachtet wird ein Einmaschinenproblem, wobei für jeden Auftrag J_i ($i = 1, \ldots, 5$) ein Gewinn g_i, eine Bearbeitungszeit t_i und ein Due Date d_i wie folgt gegeben sind:

i	1	2	3	4	5
g_i	40	37	43	38	12
t_i	4	2	4	5	9
d_i	4	5	6	7	10

Der Gewinn g_i wird erzielt, falls für das Bearbeitungsende C_i vom Auftrag J_i die Beziehung $C_i \leq d_i$ gilt. Andernfalls wird kein Gewinn für J_i erzielt.

(a) Berechnen Sie mittels vollpolynomialem Approximationsschema (VPAS) eine Näherungslösung mit der Genauigkeitsschranke $\varepsilon = 0,5$!

(b) Wie groß darf t_5 maximal sein, damit in der gemäß VPAS ermittelten Lösung der Auftrag J_5 pünktlich eingeplant wird, falls alle anderen Daten unverändert bleiben?

(12 Punkte)

2. Gegeben ist ein Problem $1|intree, r_i \geq 0|\sum T_i$ mit $n = 5$ Aufträgen $J_1, \ldots, J_5$ und der Bereitstellungszeit r_i, der Bearbeitungszeit t_i und dem Due Date d_i für Auftrag J_i ($1 \leq i \leq 5$):

i	1	2	3	4	5
r_i	0	2	15	15	22
t_i	10	4	9	5	10
d_i	24	7	28	24	33

Ferner bestehen die Vorrangbedingungen $J_1 \rightarrow J_4$ und $J_3 \rightarrow J_4$.

(a) Ermitteln Sie eine Auftragsreihenfolge p gemäß folgender Regel: Immer zur Zeit t, wenn die Maschine frei ist und Aufträge verfügbar sind, plane unter diesen den mit kleinster Differenz zum Due Date ein (d.h. $d_i - t$ ist minimal). Bestimmen Sie den Zielfunktionswert von p.

(b) Ermitteln Sie den besten zulässigen Nachbarn der in (a) ermittelten Reihenfolge p in der API-Nachbarschaft.

(c) Untersuchen Sie mit den Tabellen aus der Vorlesung, ob das (Entscheidungs-) Problem $P3|tree|\sum w_iC_i$ zur Klasse P oder NP-complete gehört (Begründung)?

(13 Punkte)

3. Gegeben sei ein Flow Shop Problem $F3||C_{max}$ mit $n = 5$ Aufträgen $J_1, \ldots, J_5$ und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 10 \\ 5 & 9 & 4 \\ 8 & 6 & 13 \\ 13 & 9 & 6 \\ 7 & 5 & 3 \end{pmatrix},$$

wobei t_{ij} die Bearbeitungszeit von Auftrag J_i auf Maschine M_j bezeichnet.

(a) Bestimmen Sie die untere Schranke $LB = \max\{LB_1, LB_2\}$ für den Zielfunktionswert aller Auftragsreihenfolgen, die mit J_3 beginnen und mit J_1, J_5 enden, d.h. $p^* = (3, \ldots, 1, 5)$ auf allen Maschinen.

(b) Seien zusätzlich die Due Dates $d_1 = 20, d_2 = 15, d_3 = 42, d_4 = 26, d_5 = 40$ für $J_1, \ldots, J_5$ gegeben. Zeichnen Sie das maschinenorientierte Ganttdiagramm des Plans, bei dem auf allen Maschinen die EDD (earliest due date)-Reihenfolge p^{EDD} gewählt wird und Wartezeiten zwischen den Operationen eines Auftrages verboten sind. Bestimmen Sie den Zielfunktionswert L_{max} (d.h. es wird Problem $F3|prmu, no\text{-}wait|L_{max}$ betrachtet).

(14 Punkte)

4. Gegeben sei das Job-Shop Problem $J||C_{max}$ mit $n = 3$ Aufträgen, $m = 3$ Maschinen, der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 12 & 9 & 5 \\ 11 & 16 & 12 \\ 9 & 13 & 7 \end{pmatrix}$$

sowie den technologischen Reihenfolgen $q^1 = (3, 1, 2)$, $q^2 = (1, 3, 2)$ und $q^3 = (2, 1, 3)$ für die Aufträge J_1, J_2 und J_3. Es liege als Rangmatrix der folgende Teilplan vor:

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

(a) Ermitteln Sie die Rangmatrizen der Teilpläne, die sich durch Einfügung der nächsten Operation gemäß nichtwachsender Bearbeitungszeiten ergeben!

(b) Welcher Teilplan wird für die weiteren Einfügeschritte ausgewählt, wenn der längste Weg, der die eingefügte Operation enthält, minimal sein soll?

(11 Punkte)