Klausur: 1471 Scheduling **Sommersemester 2013**

Prüfer: Prof. Dr. F. Werner

Zugelassene Hilfsmittel:

- Zwei A4-Blätter (mit beliebigem Vorlesungsmaterial)
- ausgedruckte Datei ‘Komplexitaet.pdf’ (4 Seiten)
- Taschenrechner

Die folgenden vier Aufgaben sind zu bearbeiten. Die Angabe des Resultats allein ist nicht ausreichend. Der Rechenweg zum Erhalt der Lösung muss ersichtlich sein.

Aufgabenstellung:

1. Gegeben sei ein Problem $1|prec|f_{max}$ mit $n = 5$ Aufträgen $J_1, \dots, J_5$ und den folgenden Bearbeitungszeiten t_i und Kostenfunktionen $f_i(C_i)$, $i = 1, \dots, 5$:

i	1	2	3	4	5
t_i	6	9	2	4	3
$f_i(C_i)$	$3\max\{0, C_1 - 4\}$	$\frac{1}{4}(C_2^2 - 60)$	$\sqrt{C_3} + 30$	$3C_4 - 10$	$C_5 + 20$

Die Vorrangbedingungen lauten: $J_2 \to J_1,\ J_2 \to J_3,\ J_1 \to J_5,\ J_3 \to J_5$.

(a) Bestimmen Sie eine optimale Auftragsreihenfolge und den optimalen Zielfunktionswert?

(b) Ändern sich die optimale Reihenfolge und/oder der optimale Zielfunktionswert, wenn die Kostenfunktion für Auftrag J_5 sich auf $f_5(C_5) = C_5 + 38$ ändert und alle restlichen Daten unverändert sind (**kurze** Begründung unter Nutzung der Rechnung in (a) reicht aus).

(11 Punkte)

2. Gegeben sei ein $P2|r_i \geq 0, outtree|\sum w_i C_i$ Problem mit den Bereitstellungszeiten r_i, den Bearbeitungszeiten t_i, und den Gewichten w_i für Auftrag $J_i, i = 1, \dots, 7$, wie folgt:

i	1	2	3	4	5	6	7
r_i	3	2	8	7	10	11	5
t_i	4	3	3	6	5	8	3
w_i	2	3	7	5	8	6	9

Die Vorrangbedingungen lauten: $J_2 \to J_4,\ J_2 \to J_7,\ J_4 \to J_1,\ J_4 \to J_3$.

(a) Gehört das zugehörige Entscheidungsproblem zur Klasse P oder NP-complete (Begründung)?

(b) Ermitteln Sie die Auftragsliste W der nach nichtwachsenden Quotienten w_i/t_i sortierten Aufträge und zeichnen Sie das maschinenorientierte Ganttdiagramm des mit einem List Scheduling Algorithmus gemäß Liste W konstruierten Plans (Zielfunktionswert **nicht** erforderlich).

(9 Punkte)

3. Gegeben sei ein Flow Shop Problem $F3|r_i \geq 0, \textit{no-wait}|\sum w_i T_i$ mit $n = 4$ Aufträgen $J_1, \dots, J_4$ und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 7 & 7 & 4 \\ 6 & 3 & 5 \\ 4 & 4 & 5 \end{pmatrix},$$

wobei t_{ij} die Bearbeitungszeit von Auftrag J_i auf Maschine M_j bezeichnet, sowie einem Bereitstellungstermin r_i, einem Due Date d_i und einem Gewicht w_i für Auftrag J_i wie folgt:

i	1	2	3	4
r_i	12	7	2	15
d_i	23	22	20	30
w_i	3	2	4	1

(a) Zeichnen Sie das maschinenorientierte Granttdiagramm der EDD (Earliest Due Date) Reihenfolge und geben Sie deren Zielfunktionswert an.

(b) Führt die Vertauschung des zweiten und dritten Auftrags in der EDD-Reihenfolge zu einer Verbesserung des Zielfunktionswertes?

(c) Betrachten Sie jetzt ein $F3||C_{max}$ Problem mit der Bearbeitungszeitmatrix T. Bestimmen Sie die untere Schranke LB_2 (d.h. bzgl. M_2 and M_3) für den Zielfunktionswert aller Auftragsreihenfolgen, die mit J_3 beginnen, d.h. $p^* = (3, \dots)$ auf allen Maschinen.

(14 Punkte)

4. (a) Bestimmen Sie für das $J|n = 2|C_{max}$ Problem mit den technologischen Reihenfolgen

$$J_1 \; : \; M_1 \to M_3 \to M_2 \to M_3$$
$$J_2 \; : \; M_1 \to M_2 \to M_3$$

und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 7 & \{4,3\} \\ 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

(t_{ij} Bearbeitungszeit von J_i auf M_j, wobei $t_{13} = \{4, 3\}$ bedeutet, dass die erste Bearbeitung von J_1 auf M_3 4 und die zweite Bearbeitung 3 Zeiteinheiten erfordert) mittels Algorithmus von Akers und Friedman den optimalen Zielfunktionswert (zugehöriger Weg im Graphen und Plan sind **nicht** erforderlich).

(b) Wie lautet der optimale Zielfunktionswert (und der zugehörige Weg im Graphen) für das $J|n = 2|L_{max}$ Problem, wenn zusätzlich die Due Dates $d_1 = 19$ und $d_2 = 20$ gegeben sind?

(16 Punkte)