

Zugelassene Hilfsmittel:

- 2 A4 Blätter (mit Materialien aus den Lehrveranstaltungen; diese Blätter dürfen keine durchgerechneten Übungsaufgaben, Zahlenbeispiele aus der Vorlesung bzw. alte Klausuraufgaben enthalten; bitte die Blätter mit dem Namen und der Matrikelnummer versehen und zusammen mit der Klausur abgeben)
- ausgedruckte Datei 'Komplexitaet.pdf' (4 Seiten)
- Taschenrechner (laut Vorgaben des Prüfungsausschusses der FWW)

Die folgenden vier Aufgaben sind zu bearbeiten. Die Angabe des Resultats allein ist nicht ausreichend. Der Rechenweg zum Erhalt der Lösung muss ersichtlich sein.

Aufgabenstellung:

1. Betrachtet wird ein Einmaschinenproblem, wobei für jeden Auftrag J_i ($i = 1, \dots, 5$) ein Gewinn g_i , eine Bearbeitungszeit t_i und ein Due Date d_i wie folgt gegeben sind:

i	1	2	3	4	5
g_i	20	19	21	22	30
t_i	3	2	4	5	4
d_i	3	4	6	7	8

Der Gewinn g_i wird erzielt, falls für das Bearbeitungsende C_i vom Auftrag J_i die Beziehung $C_i \leq d_i$ gilt. Andernfalls wird kein Gewinn für J_i erzielt.

- (a) Berechnen Sie mittels vollpolynomialem Approximationsschema (VPAS) eine Näherungslösung mit der Genauigkeitsschranke $\varepsilon = 0,6!$
- (b) Lassen sich in der Menge $R^{(5)}$ im letzten Schritt Tupel (g, t) durch Anwendung des Dominanzkriteriums (für den exakten Algorithmus) ausschließen?

(12 Punkte)

2. Gegeben sei ein Problem $1|prec|f_{max}$ mit $n = 5$ Aufträgen J_1, \dots, J_5 und den folgenden Bearbeitungszeiten t_i und Kostenfunktionen $f_i(C_i)$:

i	1	2	3	4	5
t_i	5	8	4	7	3
$f_i(C_i)$	$20 \max\{0, C_1 - 5\}$	$\frac{1}{4}(C_2)^2$	$3C_3$	$2C_4 + 10$	$\sqrt{5C_5 + 90}$

Die Vorrangbedingungen lauten: $J_1 \rightarrow J_2, J_3 \rightarrow J_2, J_2 \rightarrow J_4$.

- (a) Bestimmen Sie eine optimale Auftragsreihenfolge und den optimalen Zielfunktionswert?
- (b) Ändert sich der optimale Zielfunktionswert, falls die Vorrangbedingung $J_3 \rightarrow J_2$ entfällt? Berechnen Sie diesen gegebenenfalls.
- (c) Überprüfen Sie, ob die folgenden Probleme (als Entscheidungsproblem) zur Klasse P oder NP -complete gehören:

- $P2|tree, r_i \geq 0, t_i = 1|C_{max}$;
- $1|prec, 1 \leq t_{ij} \leq 2|\sum w_i U_i$.

(14 Punkte)

3. Gegeben sei ein Flow Shop Problem $F3||C_{max}$ mit $n = 5$ Aufträgen J_1, \dots, J_5 und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \\ 4 & 7 & 6 \\ 8 & 4 & 7 \\ 5 & 7 & 9 \end{pmatrix},$$

wobei t_{ij} die Bearbeitungszeit von Auftrag J_i auf Maschine M_j bezeichnet.

(a) Bestimmen Sie die untere Schranke $LB = \max\{LB_1, LB_2\}$ für den Zielfunktionswert aller Auftragsreihenfolgen, die mit J_3, J_5 beginnen, d.h. $p = (3, 5, \dots)$ auf allen Maschinen.

(b) Vervollständigen Sie die Teilreihenfolge p von (a), indem Sie die fehlenden Aufträge gemäß LPT-Regel auf der Maschine M_3 auf den freien Positionen anordnen. Berechnen Sie den Zielfunktionswert der resultierenden vollständigen Reihenfolge \bar{p} .

(12 Punkte)

4. Gegeben sei das Job Shop Problem $J|r_i \geq 0|\sum w_i T_i$ mit $n = 3$ Aufträgen, $m = 3$ Maschinen, der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 7 \\ 7 & 7 & 5 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

(t_{ij} - Bearbeitungszeit von Auftrag J_i auf Maschine M_j) sowie den technologischen Reihenfolgen $q^1 = (3, 2, 1)$, $q^2 = q^3 = (1, 2, 3)$ für die Aufträge J_1, J_2 und J_3 sowie einem Bereitstellungstermin r_i , einem Due Date d_i und einem Gewicht w_i für Auftrag J_i wie folgt:

i	1	2	3
r_i	7	6	3
d_i	29	24	20
w_i	2	1	3

Es liege ein Plan P beschrieben durch die organisatorischen Reihenfolgen $p^1 = p^2 = (3, 2, 1)$ und $p^3 = (1, 3, 2)$ auf den Maschinen M_1, M_2, M_3 vor.

(a) Zeichnen Sie das maschinenorientierte Gantt-Diagramm des Plans P und bestimmen Sie dessen Zielfunktionswert.

(b) Erzeugen Sie einen Nachbarplan P^* von P , in dem Sie die beiden letzten Aufträge in der Reihenfolge p^2 vertauschen und p^1, p^3 unverändert bleiben. Welcher der beiden Pläne P und P^* hat den besseren Zielfunktionswert? Begründen Sie Ihre Antwort grafisch!

(c) Betrachten Sie nun die Zielfunktion $\sum L_i$, wobei $L_i = C_i - d_i$ die Lateness des Auftrags J_i ist. Welcher der beiden Pläne P und P^* hat jetzt den besseren Zielfunktionswert?

(12 Punkte)