$\mathcal{NP}$-complete und $\mathcal{NP}$-hard Probleme

Definition 1: Ein Problem P_1 heißt **reduzierbar** auf ein Problem P_2 (in Zeichen $P_1 \, \alpha \, P_2$), wenn zu **jedem** Beispiel B für P_1 mit Hilfe eines polynomial beschränkten deterministischen Algorithmus ein Beispiel $f(B)$ von P_2 erzeugt werden kann, so dass das zu B gehörige Problem **genau dann** lösbar ist, wenn das zu $f(B)$ gehörige Problem lösbar ist.

Definition 2: Zwei Probleme P_1 und P_2 heißen **polynomial äquivalent** (in Zeichen $P_1 \sim P_2$), wenn $P_1 \, \alpha \, P_2$ und $P_2 \, \alpha \, P_1$.

Definition 3: Mit $\mathcal{NP}$-complete wird die Klasse aller Probleme $Q \in \mathcal{NP}$ mit $P \, \alpha \, Q$ für alle $P \in \mathcal{NP}$ bezeichnet.

Theorem 1: Seien $P_1,\ P_2 \in \mathcal{NP}$.
Aus $P_1 \in \mathcal{NP}$-complete und $P_1 \ \alpha \ P_2$ folgt $P_2 \in \mathcal{NP}$-complete.

Schritte zum Nachweis der Zugehörigkeit eines Problems P^* zur Klasse $\mathcal{NP}$-complete:

1. zeige $P^* \in \mathcal{NP}$
2. suche ein bekanntes Problem $Q \in \mathcal{NP}$-complete mit
$$Q \ \alpha \ P^*$$

Definition 4: Ein allgemeines Problem P (nicht notwendig Entscheidungsproblem) gehört zur Klasse $\mathcal{NP}$-hard, wenn es mindestens so schwierig ist wie ein Problem der Klasse $\mathcal{NP}$-complete.