

Aufgaben zur Vorlesung “Ausgewählte Kapitel des Operations Research”

Serie 1

1. Prüfen Sie, ob der Nullpunkt  $\bar{x}_1 = 0, \bar{x}_2 = 0$  lokaler Minimalpunkt von  $F(x_1, x_2) = x_1 x_2$  über

$$M = \{(x_1, x_2)^T \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 \leq 8\}$$

ist.

2. Bestimmen Sie einen globalen Minimalpunkt  $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)^T$  der Funktion

$$F(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 + x_2 x_3 + x_3^2 - 6x_1 - 7x_2 - 8x_3 + 9$$

über  $\mathbb{R}^3$ .

3. Finden Sie das globale Minimum von  $F(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2$  über

$$M = \{x = (x_1, x_2)^T \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 - 9 \leq 0, x_1 + x_2 - 1 \leq 0\}$$

durch Lösen der Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen!

4. Ermitteln Sie das globale Minimum von  $G(x_1, x_2) = (x_1 - 3)^2 + 2(x_2 - 2)^2 - 5$  über

$$M = \{x = (x_1, x_2)^T \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 + x_2 - 3 \leq 0, x_1 - 2 \leq 0, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$$

durch Lösen der Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen!

5. Das Familienunternehmen Bertolini produziert Sportwagen der Typen VIP-Turbo und Nancy-GTB. Auf Grund der Exklusivität seiner Fahrzeuge kennt Bertolini keine außerbetriebliche Konkurrenz, die beiden Eigenfabrikate stehen jedoch in gegenseitigem Wettbewerb. Der Juniorchef ermittelt bei einer Umfrage in Rich-Land die folgenden Preis-Absatz-Funktionen:

- für den VIP-Turbo

$$x_1 = 500 - \frac{1}{70}p_1 + \frac{1}{280}p_2,$$

- für den Nancy-GTB

$$x_2 = 500 + \frac{1}{280}p_1 - \frac{1}{140}p_2,$$

wobei  $p_1$  den Verkaufspreis (EUR/Stck.) und  $x_1$  die Absatzmenge (Stck./Jahr) des VIP-Turbo sowie  $p_2$  den Verkaufspreis (EUR/Stck.) und  $x_2$  die Absatzmenge (Stck./Jahr) des Nancy-GTB bezeichnen.

Die variablen Herstellungskosten betragen 20000 EUR/Stck. für einen VIP-Turbo und 28000 EUR/Stck. für einen Nancy-GTB. Das Karosseriewerk kann insgesamt maximal 300 Fahrzeuge jährlich herstellen. Die Kapazität der Tuningabteilung ist auf maximal 900 Arbeitsstunden pro Jahr beschränkt. Für das Tuning eines VIP-Turbo bzw. Nancy-GTB-Motors werden 4 bzw. 2 Arbeitsstunden benötigt.

- Formulieren Sie ein nichtlineares Optimierungsproblem, das den Gesamtdeckungsbeitrag maximiert!
- Bestätigen Sie mit Hilfe der Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen, daß das Produktionsprogramm beschrieben durch  $x_1 = 125$  und  $x_2 = 175$  deckungsbeitragsmaximal ist. Zu welchen Preisen werden die Fahrzeuge dabei abgesetzt?