Fakultät für Mathematik
Institut für Mathematische Optimierung
Prof. Dr. F. Werner

Aufgaben zur Vorlesung "Ausgewählte Kapitel des Operations Research"

Serie 2

1. Betrachtet wird das Problem
$$F(x) = \max\{e^{-x}, x\} \to \min!$$
Skizzieren Sie die Funktion $F(x)$ und begründen Sie, dass $F(x)$ unimodal ist! Wenden Sie das Verfahren des goldenen Schnittes an, um mit einer Genauigkeitsschranke von $\epsilon = 0,02$ das globale Minimum zu bestimmen. Beginnen Sie mit dem Intervall $[a, b] = [0, 1]$. Runden Sie Zwischenergebnisse jeweils auf drei Stellen nach dem Komma!

2. Ermitteln Sie das Minimum der Funktion
$$F(x) = \frac{x^2}{2} + e^{-x}$$
über $R_+ = [0, \infty)$ mittels Newton-Verfahren. Vergewissern Sie sich, daß das Minimum im Intervall $[a, b] = [0, 1]$ liegt und beginnen Sie mit dem Startwert $x_0 = 1$! Brechen Sie die Rechnung ab, falls $|F'(x^k)| \leq 10^{-4}$.

3. Gegeben ist das Problem
$$F(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1x_2 - 2x_2 \to \min\,!$$
Führen Sie drei Iterationen des Gradientenverfahrens aus, wobei Sie mit $(x_1, x_2)^T = (0, 0)^T$ beginnen. Veranschaulichen Sie graphisch, daß die Folge der Iterationspunkte gegen den Punkt $\overline{x} = (1, 1)^T$ konvergiert. Begründen Sie, warum $\overline{x}$ das globale Optimum von $F(x_1, x_2)$ ist!

4. Gegeben sei das Problem
$$F(x) = x^2 - 10x \to \min!$$
u.d.N.
$$x \leq 1.$$
Wenden Sie analog zu Beispiel 16 aus der Vorlesung die Methode der Straffunktionen zur Ermittlung eines globalen Minimums an! Zeigen Sie, daß in dem erhaltenen Punkt $\overline{x}$ die KKT-Bedingungen erfüllt sind.

5. Bestimmen Sie mit dem Verfahren von Wolfe eine optimale Lösung für das Problem:

$$F(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_2^2 - x_1 - 2x_2 \to \min !$$

u.d.N.

$$\begin{array}{rcrcl} 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 6 \\ x_1 & + & 4x_2 & \leq & 5 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$