Fakultät für Mathematik
Institut für Mathematische Optimierung
Prof. Dr. F. Werner

Aufgaben zur Vorlesung 'Scheduling'

Serie 2

1. Ermitteln Sie unter Nutzung von Kapitel 2 der Vorlesung, welche der folgenden Probleme als Entscheidungsproblem

   - zur Klasse P bzw.
   - zur Klasse NP-complete

   gehören ?
   Ist für alle nachfolgenden Probleme eine Zuordnung zu einer der beiden Klassen möglich?

   (a) $1|prec|L_{max}$;
   (b) $1|prec,\ t_i = 1|\sum w_i U_i$;
   (c) $1|prec,\ 1 \leq t_i \leq 2|\sum w_i T_i$;
   (d) $P2|prec,\ 1 \leq t_i \leq 3|\sum w_i C_i$;
   (e) $P2|tree,\ r_i \geq 0;\ t_i = 1|C_{max}$;
   (f) $P2|tree|\sum C_i$;
   (g) $F3|r_i \geq 0|\sum w_i C_i$;
   (h) $O3|1 \leq t_{ij} \leq 2|C_{max}$.

2. Gegeben sei ein Problem $1||\sum w_i U_i$ mit $n = 5$ Aufträgen und mit den folgenden Daten:

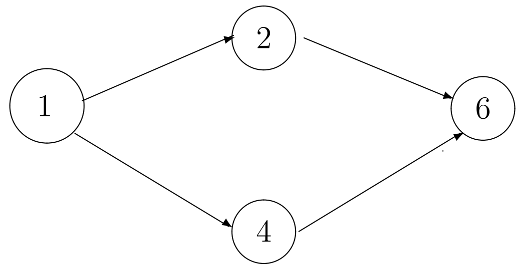
i	1	2	3	4	5
w_i	6	3	2	3	4
t_i	7	4	2	5	6
d_i	9	11	12	14	15

   Bestimmen Sie eine Optimallösung mittels dynamischer Optimierung.

3. Gegeben sei ein Problem $1|prec|\sum w_i C_i$ mit 6 Aufträgen und den folgenden Daten:

i	1	2	3	4	5	6
w_i	2	3	4	4	5	7
t_i	6	3	5	3	4	2

   Die Vorrangbedingungen haben folgende Struktur:



(a) Angenommen, in einem Branch and Bound Verfahren werde das Partiallösungskonzept verwendet, wobei in einem Problem i-ter Stufe die ersten i Aufträge fixiert sind.
Wieviel Probleme der Stufe k, $k = 1, 2, 3, 4$, gibt es für das obige Problem mit 6 Aufträgen?
Bestimmen Sie den Optimalwert $f_0(P_1)$ für das Teilproblem P_1 der Stufe 1, bei dem Auftrag J_1 auf Position 1 der Reihenfolge fixiert ist.

(b) Wenden Sie iterative Verbesserung auf die Startlösung

$$p = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

in der 'Adjacent Pairwise Interchange'-Nachbarschaft (d.h. ein Nachbar entsteht durch Austausch zweier benachbarter Aufträge, falls dies die Vorrangbedingungen nicht verletzt) an. Untersuchen Sie die Nachbarschaft vollständig, und gehen Sie jeweils zu dem Nachbarn mit der größten Zielfunktionswertverbesserung über.

4. Gegeben sei ein Problem $1|r_i \geq 0|\sum w_i C_i$ mit $n = 4$ Aufträgen und den folgenden Daten:

i	1	2	3	4
r_i	0	2	5	9
t_i	4	6	3	2
w_i	3	5	1	10

Ermitteln Sie den besten Nachbarn der Auftragsreihenfolge

$$p = (2, 1, 3, 4)$$

in der 'Pairwise Interchange'-Nachbarschaft.