Fakultät für Mathematik
Institut für Mathematische Optimierung
Prof. Dr. F. Werner

Übungsaufgaben zur Vorlesung 'Scheduling'

Serie 5

1. Gegeben sei ein $F|prmu|C_{max}$ Problem mit $n = 7$ Aufträgen, $m = 4$ Maschinen und der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = \begin{pmatrix} 6 & 10 & 4 & 7 \\ 3 & 6 & 10 & 4 \\ 5 & 2 & 7 & 9 \\ 9 & 5 & 14 & 6 \\ 12 & 13 & 6 & 4 \\ 10 & 3 & 5 & 15 \\ 7 & 8 & 9 & 11 \end{pmatrix}.$$

   (a) Bestimmen Sie eine globale untere Schranke für den optimalen Zielfunktionswert.

   (b) Bestimmen Sie eine obere Schranke für den optimalen Zielfunktionswert mittels
   - Algorithmus von Dannenbring;
   - Einfügungsverfahren von Nawaz, Enscore and Ham.

   (c) Bestimmen Sie eine untere Schranke für den Knoten, der die Teillösung

$$p = (2, 1, \ldots, 6)$$

   im Verzweigungsbaum charakterisiert.

2. Bestimmen Sie eine optimale Lösung des $J2|n_i \leq 2|C_{max}$ Problems mit der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = \begin{pmatrix} 12 & 7 \\ 4 & 3 \\ 2 & 0 \\ 14 & 6 \\ 17 & 2 \\ 7 & 5 \\ 20 & 6 \\ 4 & 5 \\ 0 & 3 \end{pmatrix},$$

   wobei $M^{12} = \{J_1, J_4, J_5, J_7\}$, $M^{21} = \{J_2, J_6, J_8\}$, $M^1 = \{J_3\}$ und $M^2 = \{J_9\}$.

3. Gegeben sei ein Job-Shop Problem mit $n = 5$ Aufträgen, $m = 5$ Maschinen, der Bearbeitungszeitmatrix

$$T = \begin{pmatrix} 10 & 16 & 7 & 12 & 15 \\ 7 & 11 & 15 & 5 & 11 \\ 12 & 6 & 22 & 15 & 4 \\ 8 & 4 & 9 & 18 & 13 \\ 18 & 10 & 14 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

und den technologischen Reihenfolgen $q^1 = (1, 2, 3, 4, 5), q^2 = q^3 = (2, 1, 4, 3, 5)$ sowie $q^4 = q^5 = (1, 4, 3, 2, 5)$. Gegeben sei der Teilplan beschrieben durch die Rangmatrix

$$A = \begin{pmatrix} \cdot & 3 & 4 & 5 & \cdot \\ 3 & 2 & \cdot & 4 & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & 6 & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & 7 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 9 & 8 & \cdot \end{pmatrix}$$

   (a) Berechnen Sie die unteren Schranken LB_2^1 und LB_4^1 bzgl. M_2 und M_4 für alle zulässigen Pläne mit den gemäß Teilplan A orientierten Kanten zwischen den Operationen.

   (b) Berechnen Sie die unteren Schranken LB_3^2 und LB_4^2 bzgl. M_3 und M_4 für alle zulässigen Pläne mit den gemäß Teilplan A orientierten Kanten zwischen den Operationen.

4. Bestimmen Sie eine Näherungslösung mittels Einfügungsverfahren für das $J||C_{max}$ Problem mit 3 Aufträgen, 3 Maschinen und der Bearbeitungszeitmatrix:

$$T = \begin{pmatrix} 17 & 10 & 12 \\ 6 & 13 & \cdot \\ 10 & 6 & 16 \end{pmatrix},$$

wobei die technologischen Reihenfolgen $q^1 = (1, 3, 2),\ q^2 = (2, 1)$ und $q^3 = (3, 2, 1)$ gegeben sind.

5. Lösen Sie das folgende $J|n = 2|C_{max}$ Problem mit der Bearbeitungszeitmatrix:

$$T = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 5 & 5 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

und den technologischen Reihenfolgen

$$J_1 : M_1 \to M_3 \to M_2 \to M_4 \to M_6 \to M_5$$

$$J_2 : M_1 \to M_2 \to M_3 \to M_4 \to M_5 \to M_6$$

mit dem Algorithmus von Akers und Friedman.