Fakultät für Mathematik
Institut für Mathematische Optimierung
Prof. Dr. F. Werner

Übungsaufgaben zur Vorlesung 'Einführung in die Scheduling-Theorie'

Serie 1

1. Gegeben seien die folgende Bearbeitungszeitmatrix $P = (p_{ij})$ für ein Problem mit $n = 3$ Aufträgen und $m = 4$ Maschinen sowie die folgenden technologischen Reihenfolgen für die Aufträge A_1, A_2 und A_3:

$$P = \begin{pmatrix} 2 & 1 & . & 3 \\ 1 & 4 & 2 & . \\ 3 & . & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{lccccc} A_1: & M_1 & \rightarrow & M_4 & \rightarrow & M_2 \\ A_2: & M_2 & \rightarrow & M_3 & \rightarrow & M_1 \\ A_3: & M_4 & \rightarrow & M_1 & \rightarrow & M_3 \end{array}$$

(a) Geben Sie organisatorische Reihenfolgen auf den Maschinen an, so dass ein zulässiger Plan entsteht.

(b) Welche Zeit wird mindestens benötigt, um alle Aufträge auf allen Maschinen zu bearbeiten?

(c) Welches graphentheoretische Modell gehört zu dieser Aufgabenstellung?

(d) Zeichnen Sie das auftragsorientierte und das maschinenorientierte Ganttdiagramm für den von Ihnen konstruierten Plan mit den durch P gegebenen Zeiten. Ist der Plan optimal?

2. Konstruieren Sie einen Schedule (mit hinreichend kleiner Anzahl von Operationen)

   - der semiaktiv, aber nicht aktiv ist,
   - der aktiv, aber nicht non-delay ist.

3. In einem Flow-Shop Problem haben alle Aufträge die gleiche technologische Reihenfolge:

$$M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow ... \rightarrow M_m.$$

(a) Wie gross ist die Anzahl der zulässigen Pläne, wenn vorausgesetzt wird, dass jeder Auftrag auf jeder Maschine genau einmal bearbeitet wird?

(b) In einem Permutation Flow-Shop Problem sind darüber hinaus die organisatorischen Reihenfolgen auf allen Maschinen gleich ($\beta = prmu$). Wie viele zulässige Pläne existieren für diesen Fall unter der gleichen Voraussetzung?

4. Zeigen Sie, dass die Probleme $1|p_i = 1|\sum w_i T_i$ und $1|p_i = 1|L_{max}$ äquivalent zur Lösung eines Zuordnungsproblems sind!

   Hinweis: Modell eines Zuordnungsproblems

   $$\text{Summenzielfunktion: } f = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min!$$

   oder

   $$\text{Bottleneckzielfunktion: } \max_{x} \{c_{ij} x_{ij}\} \to \min!$$

   unter den Nebenbedingungen

   $$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \;\; j = 1, \ldots, n \quad \text{und} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \;\; i = 1, \ldots, n;$$

   $$\text{mit } x_{ij} \in \{0, 1\}, \;\; i = 1, \ldots, n \text{ und } j = 1, \ldots, n.$$

5. Leiten Sie jeweils geschlossene Formeln zur Bestimmung von C_{max} für einen Permutation Flow-Shop Schedule mit zwei Maschinen und

   (a) ohne weiteren Bedingungen,

   (b) no-wait Bedingung bzw.

   (c) no-idle Bedingung ab.

6. Beweisen Sie, dass die Johnsonsche Regel einen optimalen Schedule für das Problem $F2 \,||\, C_{max}$ liefert.

   Hinweis: Man hat erst zu zeigen, dass ein optimaler Permutation Flow-Shop Plan existiert. Dann geht man von einer solchen Struktur des optimalen Planes aus und beweist z.B. durch Vertauschungsargumente die Aussage vollständig.