Fakultät für Mathematik
Institut für Mathematische Optimierung
Prof. Dr. F. Werner

Übungsaufgaben zur Vorlesung 'Einführung in die Scheduling-Theorie'

Serie 6

1. Für einen beliebigen List Scheduling Algorithmus LS (d.h. es wird eine beliebige Prioritätsliste der Aufträge verwendet) angewandt auf Problem $P \,||\, C_{max}$ gilt für jede Instanz die Abschätzung

$$\frac{C_{max}^{LS}}{C_{max}^{opt}} \leq 2 - \frac{1}{m} \,,$$

wobei C_{max}^{LS} die Gesamtbearbeitungszeit bei Anwendung des Algorithmus LS und C_{max}^{opt} die optimale Gesamtbearbeitungszeit bezeichnet. Konstruieren Sie eine Instanz, so dass für jedes $m \geq 2$ die obige Abschätzung mit Gleichheit gilt.

2. Gegeben ist ein Problem $P2 \mid prec \mid C_{max}$ mit den folgenden Bearbeitungszeiten:

i	1	2	3	4	5	6	7	8
p_i	3	4	2	4	4	2	13	2

Die Vorrangbedingungen sind

$$A_1 \to A_7, \quad A_1 \to A_8, \quad A_3 \to A_4, \quad A_3 \to A_5, \quad A_3 \to A_6.$$

(a) Bestimmen Sie eine Lösung mit einem List Scheduling Algorithmus entsprechend der Prioritätsliste

$$L = (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8)$$

der Aufträge. Ist die erhaltene Lösung optimal?

(b) Bestimmen Sie eine Lösung mit einem List Scheduling Algorithmus, falls

(i) die Prioritätsliste $L^* = (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_8, A_7)$ verwendet wird;

(ii) alle Bearbeitungszeiten sich um 1 verringern;

(iii) die Anzahl der Maschinen sich auf $m = 3$ vergrößert.

Interpretieren Sie die Ergebnisse.

3. Wenden Sie das vollpolynomiale Approximationsschema (FPTAS) mit Intervallteilung auf das betrachtete Einmaschinenproblem mit Gewinnmaximierung sowie den folgenden Daten an:

i	1	2	3	4	5	6
t_i	2	2	4	7	2	5
d_i	2	3	5	8	9	10
g_i	10,0	10,3	9,7	5,4	5,0	5,1

(g_i bezeichne den Gewinn für Auftrag J_i falls $C_i \leq d_i$ gilt).
Verwenden Sie als Genauigkeitsschranke für die Näherungslösung $\varepsilon = 0,5$.

4. Gegeben ist eine Instanz des Problems $P2||C_{max}$ mit $p_i = 100 + 7i$ für $i = 1, \ldots, 200$ und $\varepsilon = 1$. Wenden Sie das vollpolynomiale Approximationsschema (FPTAS) mit Runden der Inputdaten zum Lösen des Problems an. Erstellen Sie eine Übersicht zum Einfluss von ε auf die Ersatzinstanz für

$$\varepsilon = \frac{1}{a}, \qquad a = 10, 20, \ldots,$$

bis die Ersatzinstanz die gleiche optimale Lösung wie das Ausgangsproblem hat.