Fakultät für Mathematik
Institut für Mathematische Optimierung
Prof. Dr. F. Werner

## Übungsaufgaben zur Vorlesung 'Einführung in die Scheduling-Theorie'

### Serie 7

1. Bestimmen Sie die optimale Reihenfolge der Jobs für das Problem $1||f_{max}$ mit den folgenden Daten

| $i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 4 | 8 | 12 | 7 | 6 | 9 | 9 |
| $f_i(C_i)$ | $3C_1$ | 77 | $C_3^2$ | $1,5C_4$ | $70+\sqrt{C_5}$ | $1,6C_6$ | $1,4C_7$ |

2. Lösen Sie das Problem $1|prec|f_{max}$ mit den Daten aus der letzten Aufgabe und den folgenden Vorrangbedingungen für die Aufträge:

$$A_1 \to A_7, \quad A_5 \to A_7, \quad A_5 \to A_4, \quad A_7 \to A_6.$$

3. Beweisen Sie ohne Nutzung der Kenntnisse zum Problem $1|intree|\sum w_iC_i$: Für das Problem $1 \mid\mid \sum w_iC_i$ liefert die WSPT-Regel

   'Ordne die Aufträge nach nichtwachsenden Quotienten $\frac{w_i}{p_i}$ an'

   eine optimale Reihenfolge.

   Folgern Sie daraus: Das Problem $1 \mid\mid \sum C_i$ wird durch die SPT-Regel (shortest processing time first) gelöst.

4. Betrachtet wird das Problem $1 \mid\mid \sum w_i(1-e^{-rC_i})$, wobei $0 < r < 1$ gilt.

   (a) Untersuchen Sie die Zielfunktion auf Regularität.

   (b) Zeigen Sie, dass die folgende Regel eine optimale Reihenfolge der Aufträge erzeugt:

   'Ordne die Aufträge nach nichtwachsenden Werten der Quotienten $\frac{w_i e^{-rp_i}}{1-e^{-rp_i}}$ an'

5. Gegeben ist das Problem $1 \mid r_i \geq 0, prec \mid L_{max}$ mit der folgenden Instanz:

| $i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 6 | 18 | 12 | 10 | 10 | 17 | 16 |
| $r_i$ | 0 | 0 | 0 | 14 | 25 | 25 | 50 |
| $d_i$ | 8 | 42 | 44 | 24 | 90 | 85 | 68 |

wobei die Vorrangbedingungen durch

$$A_2 \to A_1 \to A_4, \qquad A_6 \to A_7$$

gegeben sind. Nutzen Sie die in der Vorlesung gegebene Regel zur Bestimmung einer optimalen Lösung des Problems $1 \mid r_i \geq 0, pmtn, prec \mid L_{max}$ zur Berechnung einer unteren Schranke für den optimalen Zielfunktionswert und den besten Zielfunktionswert der Menge aller Pläne, die mit den Aufträgen $A_2$ und $A_5$ beginnen.

6. Bestimmen Sie eine Näherungslösung mittels Einfügeverfahren (mit Beamweite $k = 1$) für das $J||C_{max}$ Problem mit 3 Aufträgen, 3 Maschinen, der Bearbeitungszeitmatrix

$$P = \begin{pmatrix} 17 & 10 & 12 \\ 6 & 13 & \cdot \\ 10 & 6 & 16 \end{pmatrix},$$

sowie der Matrix $MO$

$$MO = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & \cdot \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

der technologischen Reihenfolgen.

7. Lösen Sie das folgende $J \mid n = 2 \mid C_{max}$ Problem mit der Bearbeitungszeitmatrix

$$P = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 5 & 5 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

und den technologischen Reihenfolgen beschrieben durch die Matrix

$$MO = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

mit dem Algorithmus von Akers und Friedman.