

Aufgaben zur Vorlesung “Operations Research ”

Serie 2

1. Bestimmen Sie mit dem Branch and Bound Verfahren eine Optimallösung des folgenden binären Optimierungsproblems:

$$z = 5x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 4x_4 \rightarrow \max!$$

$$\begin{aligned} \text{u.d.N. } 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 &\leq 4 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 &\leq 5 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}$$

Untersuchen Sie vor Beginn der Rechnungen, ob die Dimension des Problems reduziert werden kann?

2. Betrachtet wird das folgende ganzzahlige Optimierungsproblem:

$$z = 8x_1 + 12x_2 + 10x_3 \rightarrow \max!$$

$$\begin{aligned} \text{u.d.N. } 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 &\leq 27 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 &\leq 25 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0, \text{ ganzzahlig}$$

Erzeugen Sie den Verzweigungsbaum bis zur Tiefe 1 einschl. der den Knoten zugeordneten oberen Schranken, wobei die Verzweigung bezüglich der Variablen x_1 erfolgen soll.

3. Betrachtet wird das folgende ganzzahlige Optimierungsproblem:

$$z = 5x_1 + 4x_2 \rightarrow \min!$$

$$\begin{aligned} \text{u.d.N. } 4x_1 + 2x_2 &\geq 6 \\ 2x_1 + 3x_2 &\geq 8 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \text{ ganzzahlig}$$

Erzeugen Sie den vollständigen Verzweigungsbaum eines Branch and Bound Verfahrens, wobei die erste Verzweigung bezüglich der Variablen x_1 erfolgen soll. Lösen Sie alle entstehenden LP Relaxationen grafisch.

4. Bestimmen Sie mit dem Branch and Bound Verfahren eine Optimallösung des folgenden gemischt-ganzzahligen Problems:

$$z = 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 \rightarrow \max!$$

$$\text{u.d.N. } \begin{array}{rcl} x_1 - 0,5x_2 + x_3 - 1,5x_4 & \leq & 1,5 \\ x_1 & \leq & 2 \\ & x_2 & \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 & \geq & 0, \quad x_1, x_2 \text{ ganzzahlig} \end{array}$$

5. Lösen Sie mittels Algorithmus von Gomory das folgende Problem:

$$z = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max!$$

$$\text{u.d.N. } \begin{array}{rcl} x_1 + x_2 & \leq & 9 \\ 9x_1 + x_2 & \leq & 63 \\ x_1, x_2 & \geq & 0, \quad \text{ganzzahlig} \end{array}$$

6. Lösen Sie mittels Algorithmus von Gomory das folgende Problem:

$$z = 3x_1 + 5x_2 \rightarrow \max!$$

$$\text{u.d.N. } \begin{array}{rcl} 8x_1 + 3x_2 & \leq & 24 \\ -2x_1 + 6x_2 & \leq & 6 \\ x_1, x_2 & \geq & 0, \quad \text{ganzzahlig} \end{array}$$

Bestätigen Sie mittels grafischer Lösung die rechnerisch erhaltene optimale Lösung. Veranschaulichen Sie grafisch die durchgeführten Gomory-Schnitte.

7. Bestimmen Sie für den folgenden ungerichteten Graphen G mit den angegebenen Kantenbewertungen ein Minimalgerüst mittels Algorithmus von Kruskal.

