

Aufgaben zur Vorlesung “Operations Research”

Serie 6

1. Eine Verkaufsorganisation verfügt über vier Vertreter, die sie in vier verschiedenen geographischen Gebieten einsetzen kann. Je nachdem wie viele Vertreter sie in einem Gebiet einsetzt, ergibt sich ein entsprechender Ertrag. Bezeichnet man mit dem Index j das geographische Gebiet und mit u_j die Anzahl der eingesetzten Vertreter, so sind die Erträge $E_j(u_j)$ in folgender Tabelle zusammengefasst:

$u_j \setminus j$	1	2	3	4
0	0	0	0	0
1	45	41	25	33
2	78	65	50	48
3	102	80	73	56
4	123	88	90	60

Bestimmen Sie eine Zuordnung mit maximalem Gesamtertrag mittels dynamischer Optimierung.

2. Das Rote Kreuz möchte bei einer Sammlung seine freiwilligen Helfer in drei Stadtteilen einsetzen. Der Einsatzleiter schätzt, dass $f_j(u_j)$ EUR Spenden im Stadtteil j zu erreichen sind, wenn darin u_j Helfer um Spenden bitten. Wie viele Freiwillige sollten in die jeweiligen Stadtteile gesandt werden, wenn man von folgenden Schätzungen für die Werte $f_j(u_j)$ ausgeht:

$j \setminus u_j$	1	2	3	4	5	6	7
1	5	10	15	25	35	50	55
2	3	6	12	18	30	30	30
3	20	35	45	55	60	65	65

Bestimmen Sie mittels dynamischer Optimierung **alle** optimalen Lösungen.

3. Ein Unternehmen produziere ein Gut, dessen Nachfrage in den nächsten drei Monaten 5, 10 bzw. 15 Tonnen beträgt. Die Produktionskosten sind gleich der Summe der Quadrate der in den drei Monaten produzierten Mengen und

die Lagerkosten in einer Periode seien jeweils $2L$, wobei L den Lagerbestand am Ende dieser Periode beschreibt.

(a) Formulieren Sie ein nichtlineares Optimierungsproblem in den Variablen u_1, u_2, u_3 , wobei $u_j \in \mathbb{R}_+$ die Produktionsmenge von Monat j bezeichne, $j = 1, 2, 3$.

(b) Bestimmen Sie mittels dynamischer Optimierung unter Nutzung der Differenzialrechnung die Produktionsmengen für die einzelnen Monate, so dass die Gesamtkosten (Produktions- und Lagerkosten) minimal sind, wobei die Nachfragen auf jeden Fall zu erfüllen sind.

4. Betrachtet wird das Beispiel 4 aus Abschnitt 3.5 der Vorlesung (Endlagerung eines Schadstoffes).

(a) Bestimmen Sie eine optimale Lösung und den optimalen Zielfunktionswert für den Fall

$$K = 100, \quad a_1 = 4, \quad a_2 = 10, \quad a_3 = 6.$$

(b) Auf der Deponie D_1 können zur Zeit nur maximal 20 Einheiten gelagert werden. Geben Sie für diesen Fall eine optimale Lösung und den zugehörigen Zielfunktionswert an.

(c) Auf der Deponie D_3 können zur Zeit nur maximal 15 Einheiten gelagert werden (die anderen Deponien stehen in vollem Umfang zur Verfügung). Geben Sie für diesen Fall eine optimale Lösung und den zugehörigen Zielfunktionswert an.