

Aufgaben zur Vorlesung “Operations Research”

Serie 7

1. Betrachtet wird das Beispiel 3 aus Abschnitt 4.3 der Vorlesung. Angenommen, es sei jetzt  $\alpha = 4$  und  $\beta = 5$  (pro Stunde). Im System sind 5 Sessel vorhanden (1 Behandlungssessel und 4 Sessel im Wartezimmer).
  - (a) Bestimmen Sie für den Fall eines Wartesystems  $M|M|1$  die Werte  $L^q, L, W^q, W$ , die Wahrscheinlichkeit  $P_0$  sowie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Patient stehen muss.
  - (b) Bestimmen Sie für den Fall eines Wartesystems  $M|M|1|5$  die Werte  $L^q, L, W^q$  und  $W$  sowie den Erfassungsgrad  $\gamma$ .
2. In einer Werkstatt treffen Aufträge gemäß einem Poissonschen Ankunftsstrom mit einer Rate von 3 pro Tag ein. Die Bearbeitungszeit für einen Auftrag sei exponentialverteilt mit einer Rate von 6 pro Tag. In der Werkstatt können neben dem gerade in Arbeit befindlichen Auftrag zwei weitere Werkstücke gelagert werden, der Rest kann außerhalb der Werkstatt gelagert werden.
  - (a) Wie groß ist der Anteil der Zeit, während der die Lagerkapazität der Werkstatt ausreicht?
  - (b) Angenommen, es stehen keine Lagermöglichkeiten außerhalb der Werkstatt zur Verfügung. Bestimmen Sie für diesen Fall die erwartete Anzahl der Werkstücke in der Werkstatt und den Anteil der angenommenen Aufträge.
3. Leiten Sie für das Wartesystem  $M|M|1$  die Formel zur Berechnung der mittleren Anzahl der Kunden im Wartesystem  $L$  mit Hilfe der Beziehung

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} nP_n$$

und der bekannten Zustandswahrscheinlichkeiten  $P_n$  ab.

4. Betrachtet wird das Beispiel 1 aus Abschnitt 4.2 der Vorlesung. Angenommen, es wird eine zweite Kasse eingerichtet, wobei beide Kassen mit der gleichen Geschwindigkeit arbeiten und es gelingt, den Zugang zu den Kassen so zu organisieren, dass sich nur eine gemeinsame Schlange vor den Kassen

bildet. Bestimmen Sie für diesen Fall die mittlere Schlangenlänge und die mittlere Wartezeit der Kunden vor der Kasse.

5. Eine Autovermietung hat zu entscheiden, in welcher von zwei möglichen Reparaturwerkstätten ihre Wagen gewartet werden sollen. Sie schätzt, dass alle 40 Minuten ein Wagen zur Wartung eintrifft. In der ersten Werkstatt bestehen zwei parallele Wartungsstationen, von denen jede durchschnittlich 30 Minuten pro Wartung benötigt. In der zweiten Werkstatt besteht eine modernere Wartungsstation mit einer durchschnittlichen Abfertigungszeit von 15 Minuten pro Wagen.

Angenommen, jede Minute, die ein Wagen in der Wartung verbringt, verringert den Gewinn der Autovermietung um eine Geldeinheit. Seien  $C_1$  und  $C_2$  die Kosten pro Minute Wartezeit in den Werkstätten 1 bzw. 2. Bestimmen Sie den Kostenunterschied, bei dem die Vermietung in beiden Werkstätten gleich gut bedient wäre.

6. Die Datenverarbeitungsabteilung einer mittleren Firma kann  $s$  Standleitungen zu einem kommerziellen Rechenzentrum anmieten, in dem sie die meisten ihrer Aufgaben erledigen lässt. Die Aufgaben fallen nach einer Poisson-Verteilung mit einem Erwartungswert von 10 Minuten an, und die Länge der Übertragungszeiten sei exponentiell mit dem Erwartungswert 15 Minuten verteilt. Bestimmen Sie für die Fälle  $s \in \{3, 4\}$  (d.h. für ein  $M|M|3$  sowie ein  $M|M|4$  Wartesystem) jeweils die erwartete Schlangenlänge sowie die mittlere Wartezeit in der Schlange.