Fakultät für Mathematik
Institut für Mathematische Optimierung
Prof. Dr. F. Werner

Aufgaben zur Vorlesung "Operations Research "

Serie 8

1. Betrachtet wird die Simulation des Maschinenbelegungsproblems aus Beispiel 1 in Abschnitt 5.1 der Vorlesung. Ermitteln Sie die Gesamtdurchlaufzeit in tabellarischer Form für den Fall, dass jeweils der Auftrag als nächster eingelastet wird, der die kürzeste Bearbeitungszeit auf M_1 hat.

2. Betrachtet wird die Simulation eines Warteschlangenproblems aus Beispiel 2 in Abschnitt 5.1 der Vorlesung. In einem Simulationslauf mit $I = 25$ wurden folgende Zwischenankunftszeiten a_i $(i = 1, 2, \ldots, 25)$ ermittelt:

   6, 3, 4, 4, 2, 3, 4, 3, 2, 6, 4, 3, 6, 3, 5, 5, 3, 2, 2, 5, 2, 6, 5, 3, 3.

   Außerdem wurden folgende Bedienungszeiten b_i $(i = 1, 2, \ldots, 25)$ ermittelt:

   1, 5, 3, 5, 6, 4, 4, 2, 1, 1, 4, 4, 4, 1, 3, 1, 5, 5, 6, 5, 2, 6, 6, 1, 5.

   Bestimmen Sie die Auslastung ϱ der Bedienungsperson, die mittlere Wartezeit pro Kunde $\overline{w}$ sowie die mittlere Schlangenlänge $\overline{s}$.

3. Erzeugen Sie mit Hilfe des linearen Kongruenzgenerators

   $$x_{n+1} = (5x_n + 3) \bmod 16$$

   und $x_0 = 1$ zehn Realisationen $u_1, \ldots, u_{10}$ einer (0,1)-gleichverteilten Zufallsgröße.

   Warum ist die Verwendung eines kleines Wertes von z.B. $m = 16$ nicht zur Erzeugung (0,1)-gleichverteilter Zufallszahlen geeignet?

4. Claudia betreibt einen Fahrradladen und schätzt, dass die Bedienungszeit eines Kunden gleichverteilt zwischen 3 und 8 Minuten beträgt. Mittels inverser Transformationsmethode ermittle man für die Realisationen

   $$u_1 = 0,6505;\ u_2 = 0,0740;\ u_3 = 0,8443;\ u_4 = 0,4975;\ u_5 = 0,8178$$

einer (0,1)-gleichverteilten Zufallsgröße die Bedienungszeiten der ersten fünf Kunden

(a) grafisch;

(b) rechnerisch.

5. Seien

$$u_1 = 0,010; \quad u_2 = 0,99; \quad u_3 = 0,410; \quad u_4 = 0,501;$$

$$u_5 = 0,899; \quad u_6 = 0,600; \quad u_7 = 0,500$$

Realisationen einer (0,1)-gleichverteilten Zufallsgröße.

Sei X eine exponentialverteilte Zufallsgröße mit dem Erwartungswert 30. Bestimmen Sie die aus $u_1, \ldots, u_7$ mittels inverser Transformationsmethode erhaltenen Realisationen $z_1, \ldots, z_7$ der Zufallsgröße X.

6. In einer Arztpraxis in einer Kleinstadt sind die Zwischenankunftszeiten der Patienten und die Behandlungszeiten exponentialverteilt. In einer Stunde treffen durchschnittlich 4 Patienten in der Praxis ein, und die Behandlung eines Patienten dauert durchschnittlich 12 Minuten.

   (a) Bestimmen Sie mittels einer Simulationssoftware (z.B. Excel Queueing Simulator von der CD-ROM aus Hillier/Lieberman) die Werte L^q, L, W^q, W sowie die Wahrscheinlichkeit, dass kein Patient beim Arzt ist. Verwenden Sie einen Simulationsumfang von $n = 300$.

   (b) Vergleichen Sie die erhaltenen Ergebnisse mit den theoretischen Werten für den Gleichgewichtsfall.

7. In einer Postfiliale sind 2 Schalter geöffnet. Es wird geschätzt, dass durchschnittlich pro Stunde 24 Kunden eintreffen und die Bedienung eines Kunden durchschnittlich 4 Minuten dauert. Es liege ein $M|M|2$ Wartesystem vor.

   (a) Unter Nutzung einer Simulationssoftware berechnen Sie für einen Simulationsumfang von $n_1 = 200$ die Größen L^q, L, W^q, W sowie die Zustandswahrscheinlichkeiten P_0 und P_1.

   (b) Wiederholen Sie Ihre Berechnungen unter den gleichen Voraussetzungen für einen Simulationsumfang von $n_2 = 20000$.

   (c) Berechnen Sie die theoretischen Werte für den Gleichgewichtsfall.

   (d) Seien jetzt die Zwischenankunftszeit Z eine $[2, 6]$-gleichverteilte

Zufallsgröße und die Bedienungszeit S eine $[1,6]$-gleichverteilte Zufallsgröße. Führen Sie erneut eine Simulation mit $n_2 = 20000$ aus und vergleichen Sie die Ergebnisse mit (b).

(e) Betrachten Sie jetzt ein $M|M|3$ System (d.h. es sind drei Schalter geöffnet) und bestimmen Sie mittels Software die Ergebnisse wiederum für $n_2 = 20000$.